

多级量子系统中不确定性与相干性特性关联分析

张立梅 吕龙

衡水学院

摘要: 本研究分析了多级量子系统中不确定性与相干性之间的关系, 特别聚焦于 qutrit 系统和受环境噪声影响的混合态系统。在 qutrit 系统中, 研究发现高相干性通常伴随着较低的测量不确定性, 而相干性的衰减则导致不确定性增加。混合态系统的研究表明, 环境噪声对相干性和测量不确定性有显著影响, 噪声增强时, 系统的相干性下降, 测量不确定性增大。通过对这两个典型系统的分析, 本文揭示了相干性对量子系统测量精度的重要作用, 并强调了退相干效应在量子计算和量子信息处理中的挑战。最后, 本文探讨了如何通过减少退相干效应来优化量子测量, 提高量子技术的稳定性和准确性。

关键词: 多级量子系统; 不确定性; 相干性; qutrit; 混合态; 退相干

多级量子系统是量子信息科学和量子计算中的重要研究对象, 其在超导量子比特、光子量子计算以及量子存储等领域具有广泛的应用价值。在多级量子系统中, 不确定性原理与量子相干性是两个核心概念。量子不确定性体现了测量结果的不可预测性, 而量子相干性则衡量了量子态在某一基底下的干涉能力。研究这两者之间的关联性不仅有助于更深入地理解量子测量的基本限制, 还对量子计算和量子信息处理中的误差修正、量子存储及量子控制等方面具有重要的理论和实践意义。

本文基于近年来的相关研究成果, 围绕多级量子系统中的不确定性关系和相干性特性展开讨论, 分析其相互作用机制, 并结合实际系统案例进行分析。

1 多级量子系统中的不确定性与相干性

量子系统的基本特性决定了其测量和演化过程具有独特的随机性和叠加性。在多级量子系统中, 不确定性原理反映了测量结果的不可预测性, 而相干性则衡量了量子态的干涉能力。这两者的相互作用不仅在量子力学的基础理论中占据核心地位, 同时也直接影响量子计算、量子通信和量子精密测量等应用领域。因此, 理解它们在多级系统中的表现形式及关联性, 对于优化量子信息处理和提升量子技术的稳定性具有重要意义。

1.1 量子测量与不确定性原理

在经典物理体系中, 测量一个物理量的结果是确定的, 而在量子体系中, 测量具有本质上的随机性。量子测量的基本原则决定了, 一个量子态在测量后会塌缩为某个本征态, 且测量结果只能以概率的方式预

测。这一现象直接导致了不确定性原理的出现, 即对于某些物理量而言, 无法同时精确测定它们的取值。

在简单的量子比特系统(即两能级系统)中, 不确定性关系可以用测量算符的对易性来描述。例如, 位置和动量的测量受到不确定性原理的限制, 意味着它们无法被同时测量得非常精确。然而, 在更复杂的多级量子系统(如 qutrit, 即三能级系统)中, 不确定性的表现形式更为复杂, 往往需要利用概率分布或熵测度来描述。

特别是在高维系统中, 不确定性关系通常涉及多个测量算符的组合, 其测量精度受系统内部的耦合关系以及外部环境噪声的影响。例如, 在一个开放的多级量子系统中, 环境噪声会导致系统的退相干, 使得不确定性进一步增大。因此, 研究不确定性原理在不同维度系统中的适用性, 有助于更好地理解量子测量的基本限制。

1.2 量子相干性及其度量

量子相干性反映了量子系统的叠加特性, 即量子态可以在某一基底上呈现出多个状态的线性组合。这种相干性是量子计算和量子通信的关键资源, 因为它能够提高量子操作的并行性, 并允许量子信息在不同状态之间进行干涉和转移。

在实际研究中, 量子相干性可以通过多种方法进行度量。以下是几种常见的度量方法:

基于矩阵元素的相干性测度

该方法通过计算量子态密度矩阵的非对角元素的大小来衡量相干性。非对角元素越大, 说明该系统在相应基底下的相干性越强。

基金项目: 衡水学院高层次人才基金项目“量子纠缠度量及多级量子相干研究”(项目编号: 2022GC11); 河北省高等学校科学研究项“量子不确定性关系以及多级量子相干研究”(项目编号: QN2025217)。

基于熵的相干性测度

该方法基于信息熵的概念来评估量子态的相干性。例如，相对熵相干性通过计算量子态与其对应的无相干态之间的信息熵差异，来反映相干性的大小。

基于量子态演化的相干性测度

该方法通过观察系统随时间的演化特性来衡量相干性。例如，在超导量子比特系统中，相干性通常通过自旋预cession（进动）或 Ramsey 干涉实验来测量。

在多级量子系统中，相干性的度量通常更加复杂。不同的基底选择可能会影响相干性的计算结果，因此在实际研究中需要根据具体的实验需求来选择合适的测度方法。此外，相干性还与纠缠等其他量子资源密切相关，这使得在研究复杂量子系统时，往往需要综合考虑多个量子特性。

2 多级量子系统中不确定性与相干性的数学关系

2.1 不确定性关系的扩展

量子力学中的不确定性原理最早由海森堡提出，其经典形式主要适用于二级量子系统，即量子比特。然而，在更高维的多级系统中，量子态的复杂度增加，导致不确定性的表现形式更加多样。为了更准确地描述这种不确定性，研究者们发展了基于熵测度的广义不确定性关系。

在多级系统中，测量的不确定性通常由熵来衡量，而不仅仅是测量值的标准差。这种方法可以适用于多个测量算符，并能够提供更一般化的测量不确定性描述。例如，如果我们在两个不同的正交基底上进行测量，可以发现测量结果的分布受相干性的影响。当系统具有较高的相干性时，它在某一基底上的测量结果会更加确定，而在另一基底上的测量则可能更加不确定。这说明，不确定性不仅与测量算符的对易关系有关，还受到系统内部的量子态结构影响。

另一个值得注意的现象是，在开放量子系统中，环境的作用可能会增加系统的不确定性。这种效应通常是由于退相干（decoherence）引起的，即系统与外界的相互作用导致相干性损失，并进而加剧测量结果的随机性。因此，在研究多级系统的不确定性时，需要综合考虑系统的相干性状况以及环境噪声的影响。

2.2 相干性对不确定性的影响

相干性在量子系统中起着至关重要的作用，它不仅决定了量子态的叠加能力，也影响了测量的可预测性。研究表明，量子系统的相干性和不确定性之间往往存在某种负相关关系，即相干性越强，不确定性可能越低，反之亦然。这种关系可以通过多个实验现象来验证。

例如，在一个 qutrit 系统（即三能级系统）中，若系统处于最大相干态，则在某些测量基底上，它的

测量结果可能具有较低的不确定性。这是因为相干性有助于减少量子态在特定测量基底上的概率分布离散程度，使得测量值更趋于确定。相反，当系统的相干性降低（如由于退相干过程），测量结果的随机性增加，从而导致不确定性增强。

此外，相干性还可以通过量子操作（如量子纠缠交换或相干增强技术）进行控制。例如，通过特定的量子门操作，可以增强系统的相干性，从而减少某些测量的熵不确定性。这在量子计算和量子信息处理中的应用非常重要，因为它允许优化测量结果的精确度，并减少误码率。

值得注意的是，相干性对不确定性的影响在不同测量基底上可能表现出不同的特性。例如，在某些基底上增强相干性可能减少不确定性，但在互补基底上可能导致更大的不确定性。这说明，不确定性和相干性的关系不仅依赖于系统本身，还依赖于所选择的测量方式。因此，在实际应用中，需要结合具体的测量任务来选择最优的测量基底和相干性调控方法。

2.3 不确定性与相干性的数学关联

在量子信息研究中，不确定性和相干性的关系可以通过数学上的函数关系进行刻画。一般来说，我们可以用某种相干性测度（如相对熵相干性）与熵不确定性关系进行比较，以确定它们的具体关联。研究表明，在某些特定的量子态下，相干性可以提供关于不确定性界限的额外信息，这意味着相干性可以用来优化量子测量。

例如，在实验中，研究人员发现，当量子态的相干性较高时，其测量结果的概率分布更集中，从而降低了测量熵。相反，当系统的相干性降低时，测量结果的熵通常增加，这表明不确定性受到相干性衰减的影响。这样的数学关系在量子传感和量子计量学中具有实际应用价值，因为它提供了一种通过调节相干性来优化测量精度的方法。

值得注意的是，在某些特殊的系统中，不确定性和相干性的关系可能受到其他因素的调节。例如，在多体系统或纠缠系统中，相干性可能并不是唯一影响不确定性的因素，系统的纠缠结构和测量算符的选择也可能起到重要作用。因此，在研究不确定性和相干性的关联性时，需要综合考虑多个变量的影响，以获得更全面的理解。

3 典型多级量子系统中的不确定性与相干性分析

3.1 Qutrit 系统中的不确定性和相干性

Qutrit 系统由三个正交基态组成，通常记作 $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ ，其量子态可以表示为：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle$$

其中 α, β, γ 是复数系数，满足归一化条件。

Qutrit 由于具有额外的能级,与二能级系统相比,具有更丰富的量子操作方式和信息存储能力。

3.1.1 Qutrit 系统中的不确定性

Qutrit 系统的测量不确定性取决于测量基底的选择。例如,在计算基底下(即 $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle$),一个处于均匀叠加态的 qutrit:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle)$$

在该基底下的测量结果具有较高的随机性,每个基态的测量概率均为 $1/3$ 。但在傅里叶变换基底下,测量结果可能变得更加确定,表明测量不确定性与相干性密切相关。

3.1.2 Qutrit 系统中的相干性

相干性决定了 qutrit 在不同基底下的测量表现。在高相干性态中,测量结果可能更加稳定,而相干性的降低通常伴随不确定性的增加。例如,在超导量子电路实验中,研究者发现当 qutrit 处于高相干态时,在特定基底下进行测量时,不确定性较低,而当相干性衰减(如受到环境噪声影响),测量不确定性会明显增大。这种现象表明相干性对测量结果的可预测性具有重要影响。

3.2 量子混合态下的不确定性与相干性

实际物理系统中,由于量子系统通常不可避免地与外部环境发生相互作用,导致系统的相干性下降,从而形成混合态。研究混合态系统的不确定性与相干性关系,有助于理解实际量子计算和量子通信中的测量特性。

3.2.1 混合态系统的构造

混合态可用密度矩阵 ρ 描述:

$$\rho = \sum_i P_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$$

其中, P_i 代表不同纯态 $|\psi_i\rangle$ 的概率权重。当环境噪声增强,混合态的相干性下降,同时测量不确定性增加。

例如,考虑一个受环境干扰的 qutrit 处于如下混合态:

$$\rho = (1-p)|\psi\rangle\langle\psi| + p\frac{I}{3}$$

其中, p 代表环境噪声强度, I 是单位矩阵。当 $p=0$ 时,系统为纯态,相干性最强;当 $p=1$ 时,系统完全去相干,变为最大熵态,此时测量不确定性最大。

3.2.2 退相干对不确定性的影响

在光学实验和超导量子比特实验中,研究者通过改变环境噪声的强度,发现系统的相干性越强,测量

的不确定性越低。例如:

在低温条件下,超导量子比特的相干性较高,测量结果更加确定。

在高温或外部噪声较强的情况下,量子系统的相干性衰减,使得测量结果的不确定性增加。

退相干过程表明,相干性的损失会直接导致不确定性增加,而如何通过技术手段减少退相干效应,是提升量子测量稳定性的关键问题。

4 结论与未来展望

本研究探讨了多级量子系统中不确定性与相干性之间的关系,重点分析了 qutrit 系统和受环境噪声影响的混合态系统。在 qutrit 系统中,相干性与不确定性之间呈现出明显的负相关关系,高相干性通常伴随着较低的测量不确定性,而相干性衰减则导致不确定性增加。此外,混合态系统的分析进一步表明,环境噪声的引入不仅降低了系统的相干性,还使得测量的不确定性增大。

通过对这两个典型系统的研究,我们可以得出结论,相干性对量子系统的测量结果具有决定性影响。在量子计算、量子信息传输及量子测量中,保持系统的高相干性是提高测量精度和系统稳定性的关键。因此,如何有效控制环境噪声、减少退相干效应,成为量子技术发展的重要课题。

未来的研究可进一步探索不同类型的量子系统在复杂环境中的表现,开发新型的量子纠错方法,改善量子系统在实际应用中的鲁棒性。同时,随着量子计算能力的不断提高,如何优化量子测量方案以降低不确定性,将是未来量子科技发展的重要方向。

参考文献:

- [1] 张勇,杨雪玲,舒永录.一类三维货币混沌系统的动力学分析[J].东北师大学报(自然科学版),2018,50(02): 165-168.
- [2] 周林杰,陆梁军,郭展志,等.集成光开关发展现状及关键技术(特邀)[J].光通信研究,2019,(01):9-26.
- [3] Zheng, X., Ma, S. & Zhang, G. Multi-observable uncertainty equality based on the sum of standard deviations in the qubit system. Quantum Inf Process 19, 116 (2020).
- [4] 杨鑫,向玲,张兴宇,等.风电机组多级齿轮系统的故障动力学特性研究[J].动力工程学报,2023,43(05): 606-613.
- [5] 赵征,丁建平.基于深度双向门控循环神经网络的制粉系统故障预警[J].动力工程学报,2023,43(05): 598-605.